

کار، انرژی و توان



رشته علوم تجربی



گام به گام
فصل ۳
فیزیک دهم



آکادمی فیزیک قرغانی

آکادمی فیزیک قرغانی

بخش اول : پرسش ها، فعالیت ها و تمرین ها

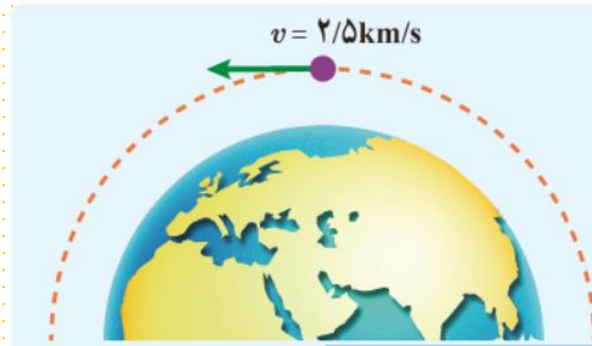
 @GhareghaniPhysics



طه ویدئویی
سوالات را در کانال
یوتیوب مشاهده
کنید.



ماهواره‌ای به جرم 220 kg ، با تندی ثابت $2/5 \text{ km/s}$ دور زمین می‌چرخد.
انرژی جنبشی ماهواره را بر حسب ژول و مگاژول حساب کنید.



فیزیک
آکادمی
قرغانی
Ghaneghani
Physics
Academy

$$m = 220 \text{ kg}$$

$$v = 2/5 \text{ km/s} = 2/5 \times 10^3 \text{ m/s}$$

$$K = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} \times 220 \times (2/5 \times 10^3)^2 = 6/875 \times 10^8 \text{ J} = 687/5 \text{ MJ}$$

جرم خودرویی به همراه راننده‌اش ۸۴۰ kg است (شکل زیر). تندی خودرو در دو نقطه از مسیرش روی شکل زیر داده شده است. تغییرات انرژی جنبشی خودرو ($\Delta K = K_2 - K_1$) را بین این دو نقطه حساب کنید.

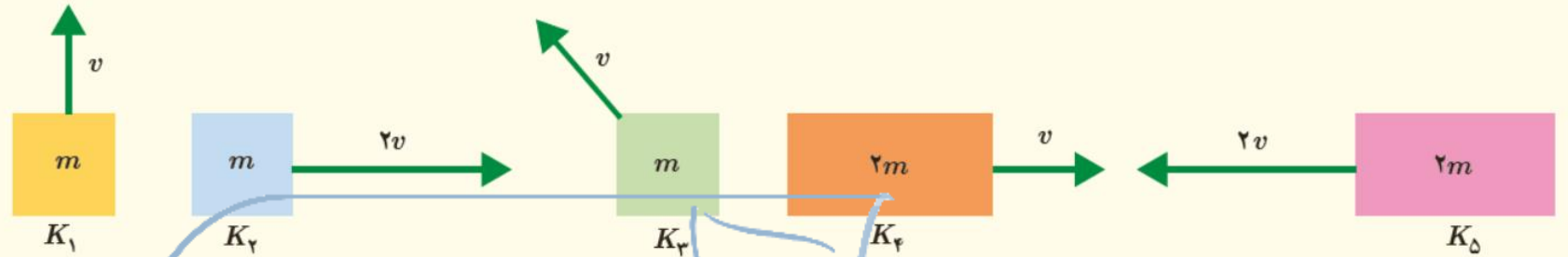


فیزیک
آکادمی
قرغانی
Ghaneghani
Physics
Academy

$$\Delta K = k_2 - k_1 = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2 = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2)$$

$$\Delta K = \frac{1}{2} \times (۸۴۰ \times ۱۰^۳) \times ((۲۵)^2 - (۱۸)^2) = ۱/۲۶۴۲ \times ۱۰^۵ \text{ J}$$

انرژی جنبشی هر یک از اجسام زیر را با هم مقایسه کنید و مقدار آن را به ترتیب از کمترین تا بیشترین بنویسید.



$$K_1 = \frac{1}{2}mv^2$$

$$K_2 = \frac{1}{2}m(2v)^2 = \frac{4mv^2}{2} = 2mv^2$$

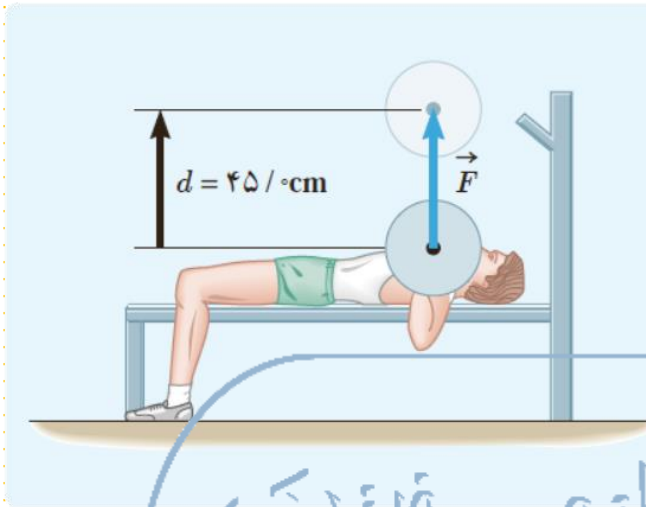
$$K_3 = \frac{1}{2}mv^2$$

$$K_4 = \frac{1}{2}(2m)v^2 = \frac{2mv^2}{2} = mv^2$$

$$K_5 = \frac{1}{2}(2m)(2v)^2 = \frac{8mv^2}{2} = 4mv^2$$

$$K_1 = K_3 < K_4 < K_2 < K_5$$

آکادمی فیزیک
Ghaneghani
Physics
Academy



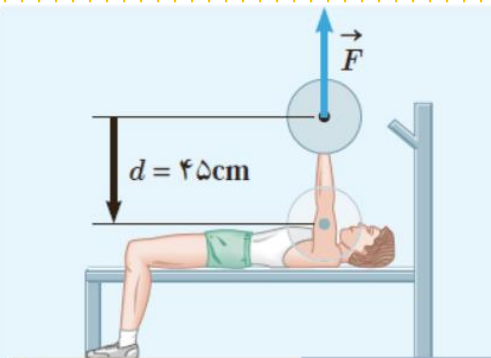
ورزشکاری وزنه‌ای به جرم 65 kg را به طور یکنواخت، 45 cm بالای سر خود می‌برد (شکل روبه رو). کاری که این ورزشکار روی وزنه انجام داده است را محاسبه کنید. اندازه شتاب گرانش زمین را $g = 9.8 \text{ N/kg}$ بگیرید.

Ghaneghani
Physics
Academy
آکادمی فیزیک
قرغانی

کار انجام شده توسط ورزشکار از فرمول $W = Fd$ به دست می‌آید و از آنجایی که وزنه با سرعت ثابت بالا می‌رود $F = mg$ است.

$$d = 45 \text{ cm} = 0.45 \text{ m}$$

$$W = (mg)(d) = (65 \times 9.8) \times (0.45) = 286.9425 \text{ J}$$



تمرین ۳-۳ را دوباره ببینید. کار انجام شده توسط ورزشکار را روی وزنه برای حالتی حساب کنید که ورزشکار با وارد کردن همان نیروی \vec{F} ، وزنه را به آرامی پایین می‌آورد (شکل روبه رو). توضیح دهید که در این دو حالت، چه تفاوتی بین کار انجام شده توسط ورزشکار وجود دارد.

Ghaneghani
Physics
Academy
آکادمی فیزیک
قرغانی

کار از فرمول $W = Fd \cos\theta$ به دست می‌آید که در آن θ زاویه بین نیرو و جهت حرکت جسم است.

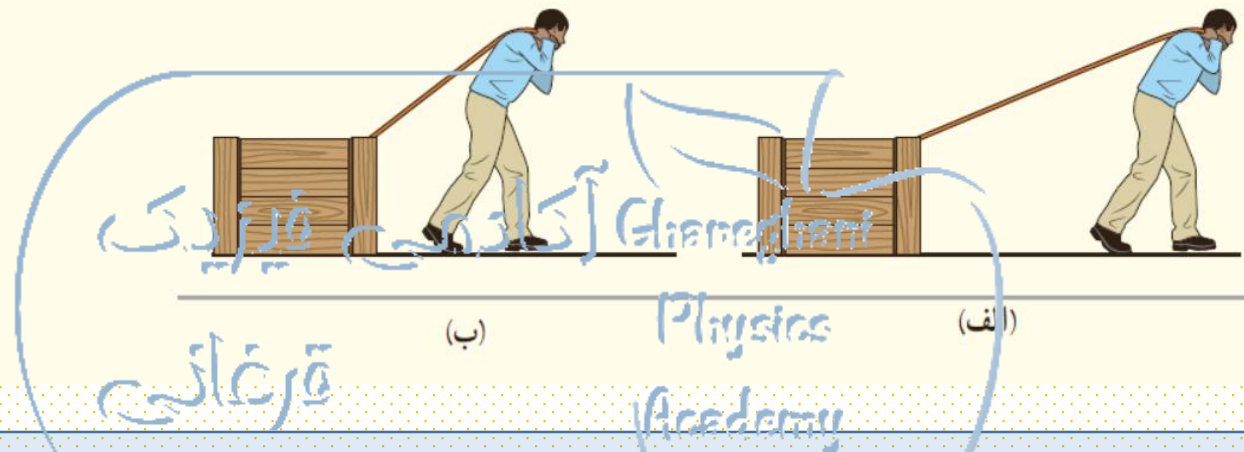
در این مثال نیرو به بالا وارد می‌شود و وزنه به طرف پایین حرکت می‌کند یعنی $\theta = 180^\circ$.

$$F = mg$$

$$W = Fd \cos\theta = (65 \times 9/81) \times (0/45) \times (\cos 180^\circ) = -286/9425 J$$

مشاهده می‌شود که در این حالت کار انجام شده توسط شخص منفی است.

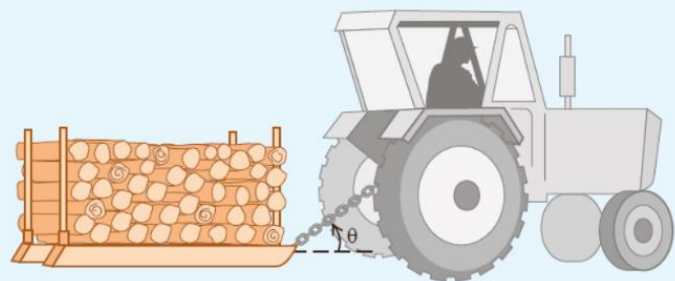
شخصی جسمی را یک بار با طنابی بلند (شکل الف) و بار دیگر با طنابی کوتاه‌تر (شکل ب) روی سطحی هموار می‌کشد. اگر جابه‌جایی و کاری که این شخص در هر دو بار روی جعبه انجام می‌دهد یکسان باشد، توضیح دهید در کدام حالت، شخص نیروی بزرگ‌تری وارد کرده است. اصطکاک را در هر دو حالت، ناچیز فرض کنید.



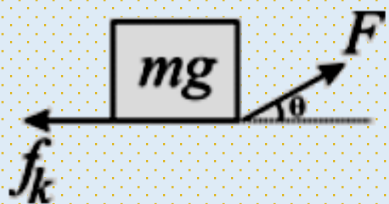
در حالت (ب) شخص نیروی بیشتری وارد می‌کند؛ زیرا هر قدر طول طناب کوتاه‌تر باشد، زاویه θ بزرگ‌تر و در نتیجه $\cos \theta$ کوچک‌تر است؛ بنابراین برای جبران این کاهش، نیروی وارد شده F باید افزایش یابد:

$$W = (F \cos \theta) d \Rightarrow F \text{ باید افزایش یابد}$$

\downarrow ثابت \downarrow کاهش \downarrow ثابت



کشاورزی توسط تراکتور، سورت‌های پراز قطعه‌های چوبی برش داده شده برای کارخانه را روی سطح افقی و در مسیر مستقیم به اندازه 200 m جابه‌جا می‌کند (شکل زیر). وزن کل سورت‌ها و بار آن 15000 N است. تراکتور نیروی ثابت $F = 5500\text{ N}$ را در زاویه $\theta = 45^\circ$ بالای افق به سورت‌ها وارد می‌کند. نیروی اصطکاک جنبشی $f_k = 3500\text{ N}$ است که برخلاف جهت حرکت به سورت‌ها وارد می‌شود. کار کل انجام شده روی سورت‌ها را محاسبه کنید.



ابتدا کار تمام نیروها را بدست می‌آوریم سپس با هم جمع کرده کار کل را بدست می‌آوریم. نیروهای وارد بر سورت‌ها عبارتند از: نیروی تراکتور، نیروی وزن، نیروی عمودی سطح (که از طرف سطح وارد می‌شود)، نیروی اصطکاک (خلاف جهت حرکت)

کار نیروی وزن و کار نیروی عمودی سطح صفر است زیرا جهت حرکت به سمت راست است اما جهت این نیروها به سمت بالا و پایین است یعنی زاویه نیرو و جابه‌جایی 90° است و می‌دانیم هرگاه زاویه نیرو و جابه‌جایی 90° باشد کار آن نیرو صفر می‌شود.

$$W_1 = F_1 d \cos \theta = (5/5 \times 10^3) \times (200) \times \cos 45 = 770 \times 10^3 \text{ J}$$

$$W_{f_k} = f_k d \cos 180 = (3/5 \times 10^3) \times (200) \times (-1) = -700 \times 10^3 \text{ J}$$

$$W_t = W_1 + W_{f_k} = 770 \times 10^3 - 700 \times 10^3 = 70 \times 10^3 \text{ J}$$

شکل روبه‌رو شخصی را نشان می‌دهد که با وارد کردن نیروی ثابت 150 N ، جعبه‌ای به جرم 10 kg را از حال سکون در امتداد قائم جابه‌جا می‌کند.

الف) کار انجام شده توسط شخص و کار انجام شده توسط نیروی وزن را روی جعبه تا ارتفاع $1/5\text{ m}$ به‌طور جداگانه حساب کنید.
 ب) کار کل انجام شده روی جعبه تا ارتفاع $1/5\text{ m}$ چقدر است؟
 پ) با استفاده از قضیه کار-انرژی جنبشی، تندی نهایی جعبه را در ارتفاع $1/5\text{ m}$ حساب کنید.



الف) کار شخص:

$$W_f = Fd = 150 \times 1/5 = 225\text{ J}$$

کار وزن:

$$W_{mg} = -mgd = 10 \times 10 \times 1/5 = -150\text{ J}$$

$$W_t = W_f + W_{mg} = 225 - 150 = 75\text{ J}$$

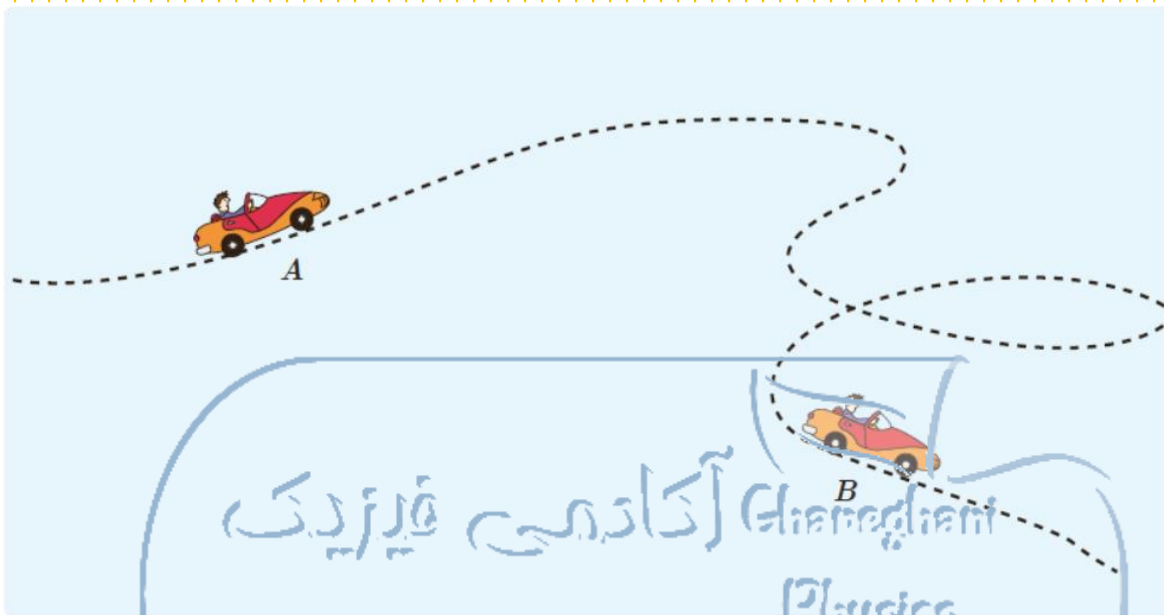
$$W_t = \Delta K = \frac{1}{2}mv^2 - 0$$

$$75 = \frac{1}{2} \times 10 \times v^2 \Rightarrow v^2 = 15 \Rightarrow v = \sqrt{15}\text{ m/s}$$

ب) کار کل برابر جمع جبری کارهای انجام‌شده بر روی جسم است.

پ) کار کل برابر تغییرات انرژی جنبشی جسم است.

جرم یک خودروی الکتریکی به همراه راننده اش 840 kg است. وقتی این خودرو از موقعیت A به موقعیت B می رود، کار کل انجام شده روی خودرو 73500 J است. اگر تندی خودرو در موقعیت A برابر 54 km/h باشد، تندی آن در موقعیت B چند متر بر ثانیه است؟



فیزیک

Physics

Academy

قرغانی

$$W = 73500 \text{ J}$$

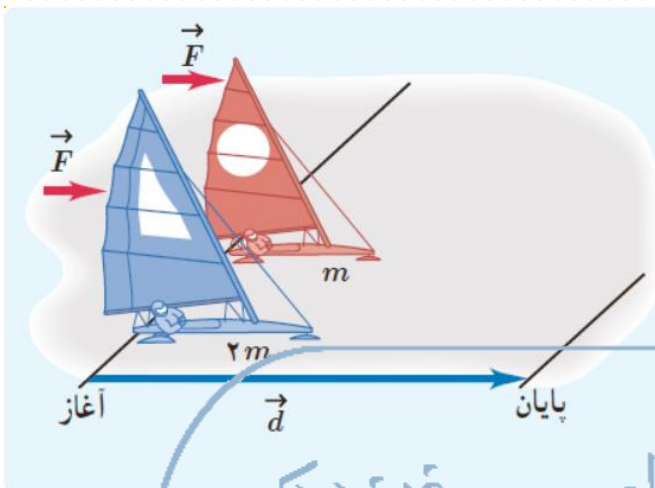
$$m = 840 \text{ kg}$$

$$v_A = 54 \text{ km/h} = 15 \text{ m/s}$$

$$W = \Delta K = \frac{1}{2}mv_B^2 - \frac{1}{2}mv_A^2 = \frac{1}{2}m(v_B^2 - v_A^2)$$

$$73500 = \frac{1}{2} \times 840 \times (v_B^2 - (15)^2)$$

$$175 = v_B^2 - 225 \Rightarrow v_B^2 = 400 \Rightarrow v_B = 20 \text{ m/s}$$



دو قایق بادبانی مخصوص حرکت روی سطوح یخ‌زده، دارای جرم‌های m و $2m$ ، روی دریاچه افقی و بدون اصطکاکی قرار دارند و نیروی ثابت و یکسان \vec{F} با وزیدن باد به هر دو وارد می‌شود (شکل روبه‌رو). هر دو قایق از حال سکون شروع به حرکت می‌کنند و پس از جابه‌جایی \vec{d} ، از خط پایان می‌گذرند. انرژی جنبشی و تندی قایق‌ها را درست پس از عبور از خط پایان، با هم مقایسه کنید.

از آنجایی که نیروی ثابت \vec{F} به هر دو قایق وارد می‌شود و هر دو فاصله‌ای را می‌پیمایند،

طبق رابطه $W = Fd$ کار انجام‌شده روی هر دو یکسان است و می‌توانیم با استفاده از قضیه کار-انرژی تندی نهایی آن‌ها را حساب کنیم.

$$W = K_2 - K_1 = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2 = \frac{1}{2}mv_2^2 - 0$$

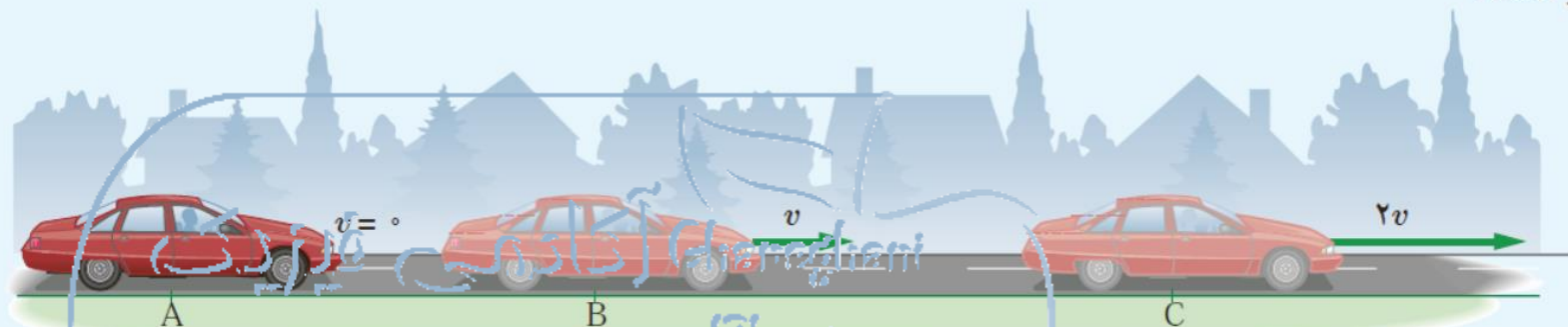
$$W_m = W_{2m} \Rightarrow K_{2(m)} - K_{1(m)} = K_{2(2m)} - K_{1(2m)}$$

$$\Rightarrow K_{2(m)} - 0 = K_{2(2m)} - 0 \Rightarrow \frac{1}{2}(m)v_m^2 = \frac{1}{2}(2m)v_{(2m)}^2$$

$$\frac{1}{2}v_m^2 = v_{(2m)}^2 \Rightarrow v_m = \sqrt{2}v_{(2m)}$$

جسمی که جرم کمتری دارد با سرعت بیشتری از خط پایان می‌گذرد.

برای آنکه تندی خودرویی از حال سکون در نقطه A به v در نقطه B برسد، باید کار کل W_{1t} روی آن انجام شود. همچنین برای آنکه تندی خودرو از v در نقطه B به $2v$ در نقطه C برسد، باید کار کل W_{2t} روی آن انجام شود (شکل زیر). نسبت W_{1t}/W_{2t} چقدر است؟



قرغانی

Physics Academy

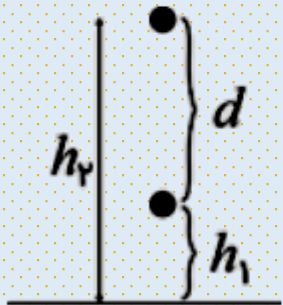
$$\frac{W_{1t}}{W_{2t}} = \frac{K_2 - K_1}{K'_2 - K'_1} = \frac{\frac{1}{2}mv^2 - 0}{\frac{1}{2}m(2v)^2 - \frac{1}{2}mv^2}$$

$$= \frac{\cancel{\frac{1}{2}}mv^2}{\cancel{\frac{1}{2}}m(4v^2 - v^2)} = \frac{\cancel{v^2}}{3v^2} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{W_{1t}}{W_{2t}} = \frac{1}{3}$$

برای جسمی به جرم m که رو به بالا حرکت می‌کند و از سطح زمین دور می‌شود نشان دهید کار نیروی وزن، همچنان از رابطه ۳-۶ به دست می‌آید. فرض کنید که جسم به اندازه کافی نزدیک به سطح زمین بماند به گونه‌ای که وزن آن ثابت باشد.

$$W_{\text{وزن}} = mgd \cos 180^\circ = mgd(-1) = -mgd$$

$$= -mg(h_2 - h_1) = -(mgh_2 - mgh_1) = -(U_2 - U_1) = -\Delta U \Rightarrow W_{\text{وزن}} = -\Delta U$$



Ghaneghani
Physics
Academy
آکادمی فیزیک
قرغانی



انرژی جنبشی و انرژی پتانسیل گرانشی (نسبت به زمین) یک هواپیمای مسافربری به جرم $7/50 \times 10^4 \text{ kg}$ که با تندی 864 km/h در ارتفاع $9/60 \times 10^3 \text{ m}$ حرکت می کند چقدر است؟ مقدار این انرژی ها را با هم مقایسه کنید.

$$v = 864 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 240 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

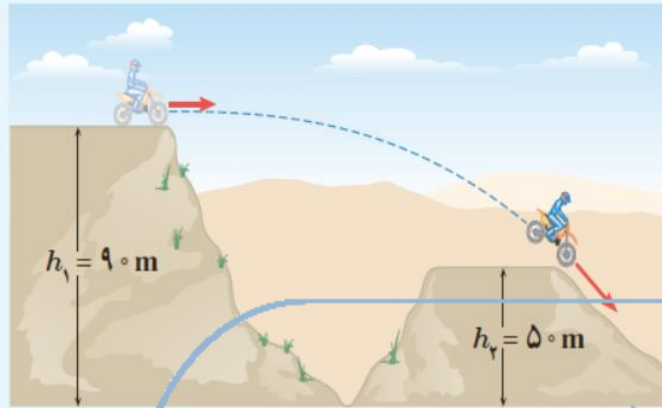
$$\text{انرژی جنبشی: } K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2} \times (7/50 \times 10^4) \times (240)^2 = 2/16 \times 10^9 \text{ J}$$

$$\text{انرژی پتانسیل: } U = mgh = (7/50 \times 10^4) \times 10 \times (9/6 \times 10^3) = 7/2 \times 10^9 \text{ J}$$

$$\frac{U}{K} = \frac{7/2 \times 10^9}{2/16 \times 10^9} = 3/33$$

در این مثال انرژی پتانسیل بیش از سه برابر از انرژی جنبشی هواپیما بزرگ تر است.

البته انرژی پتانسیل گرانشی به تنهایی کمیت قابل اعتنایی نیست بلکه این تغییرات انرژی پتانسیل گرانشی است که اهمیت دارد.



جرم موتور سواری با موتورش 150 kg است. این موتورسوار، پرشی مطابق شکل روبه‌رو انجام می‌دهد.

الف) انرژی پتانسیل گرانشی موتور سوار را روی هر یک از تپه‌ها حساب کنید ($g = 9.8 \text{ m/s}^2$).

ب) کار نیروی وزن موتورسوار به همراه موتورش را در این جا به جایی به دست آورید.

Ghaneghani
آکادمی فیزیک

Physics
Academy

(الف)

$$h_1 = 90 \text{ m}$$

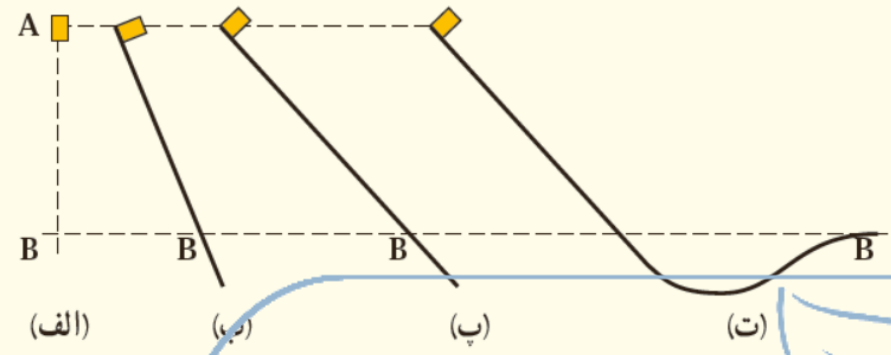
$$U_1 = mgh_1 = 150 \times 9.81 \times 90 = 1.323 \times 10^5 \text{ J}$$

$$h_2 = 50 \text{ m}$$

$$U_2 = mgh_2 = 150 \times 9.81 \times 50 = 0.73575 \times 10^5 \text{ J}$$

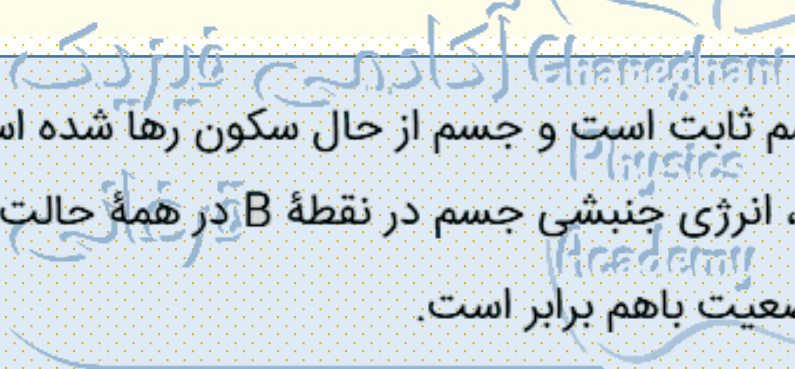
(ب)

$$W = -\Delta U = -(U_2 - U_1) = 0.58725 \times 10^5 \text{ J}$$



شکل روبه‌رو، چهار وضعیت متفاوت را برای حرکت جسمی نشان می‌دهد. در وضعیت الف، جسم از حال سکون سقوط می‌کند و در سه وضعیت دیگر جسم از حال سکون روی مسیری بدون اصطکاک و رو به پایین حرکت می‌کند. تندی جسم را در نقطه B برای هر چهار وضعیت با هم مقایسه کنید.

در همه حالتها اصطکاک نداریم، ارتفاع جسم ثابت است و جسم از حال سکون رها شده است. بنابراین باتوجه به پایستگی انرژی مکانیکی، انرژی جنبشی جسم در نقطه B در همه حالتها یکسان است. پس تندی جسم در نقطه B در هر چهار وضعیت باهم برابر است.



در مثال ۳-۱۱، مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی را در ارتفاع h_1 بگیرید و بر این اساس تندی توپ را هنگام رسیدن به دهانه سبد حساب کنید.

چون مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی را در ارتفاع h_1 در نظر گرفته‌ایم انرژی پتانسیل گرانشی در آنجا برابر صفر است و وقتی توپ به دهانه سبد می‌رسد انرژی پتانسیل گرانشی آن $mg(h_2 - h_1)$ است. با استفاده از اصل پایستگی انرژی داریم:

$$K_1 + U_1 = K_2 + U_2$$

$$\frac{1}{2}mv_1^2 + 0 = \frac{1}{2}mv_2^2 + mgh_2 - mgh_1$$

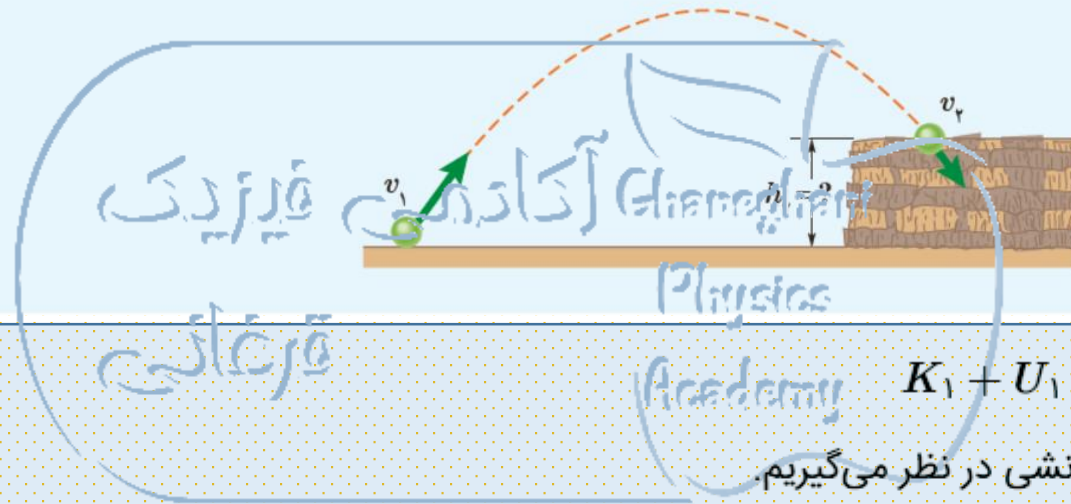
$$\frac{1}{2} \times (7/2)^2 + 0 = \frac{1}{2}v_2^2 + 9/11 \times (3 - 1/9)$$

$$\Rightarrow v_2^2 = 30/25 \Rightarrow v_2 = 5/5 \text{ m/s}$$

تندی توپ ارتباطی با محل مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی ندارد و تنها اختلاف انرژی پتانسیل گرانشی اهمیت دارد.

فیزیک
آکادمی
قرغانی
Ghaneghani
Physics
Academy

تویی مطابق شکل از سطح زمین با تندی $v_1 = 40 \text{ m/s}$ به طرف صخره‌ای پرتاب می‌شود. اگر توپ با تندی $v_2 = 25 \text{ m/s}$ به بالای صخره برخورد کند، ارتفاع h_2 را به دست آورید. مقاومت هوا را هنگام حرکت توپ نادیده بگیرید.

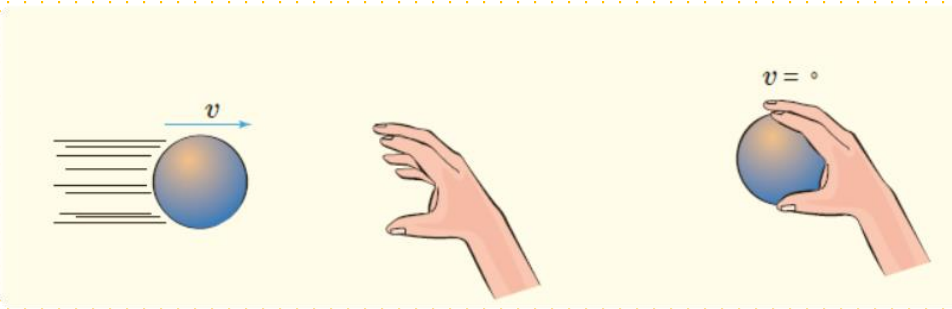


اصل پایستگی انرژی: $K_1 + U_1 = K_2 + U_2$
 سطح زمین را مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی در نظر می‌گیریم.

$$\frac{1}{2}mv_1^2 + 0 = \frac{1}{2}mv_2^2 + mgh_2$$

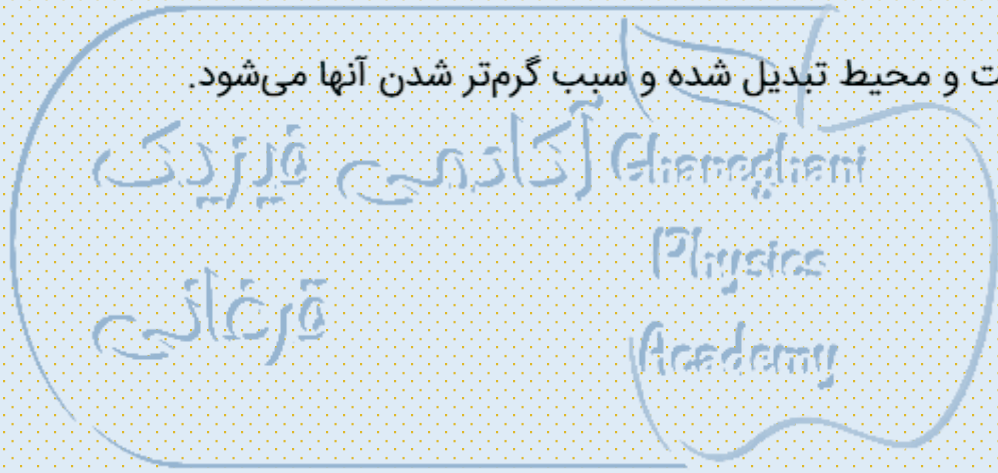
$$\frac{1}{2} \times (40)^2 = \frac{1}{2} (25)^2 + 9.81h_2$$

$$\Rightarrow h_2 = 60.55 \text{ m}$$



شخصی توپ در حال حرکتی را با دست خود می‌گیرد (شکل روبه‌رو). پس از توقف توپ، انرژی جنبشی آن کجا رفته است؟

انرژی جنبشی آن به انرژی درونی توپ، دست و محیط تبدیل شده و سبب گرم‌تر شدن آنها می‌شود.





هر یک از دو موتور جت یک هواپیمای مسافربری، پیشرانه‌ای (نیروی جلو بر هواپیما) برابر $2 \times 10^5 \text{ N}$ ایجاد می‌کند. اگر هواپیما در هر دقیقه 15 km در امتداد این نیرو حرکت کند، توان متوسط هر یک از موتورهای هواپیما چند اسب بخار است؟

$$F = 2 \times 10^5 \text{ N}$$

$$t = 1 \text{ min} = 60 \text{ s}$$

$$d = 15 \text{ km} = 15000 \text{ m}$$

$$\begin{aligned} \bar{P} &= \frac{W}{t} = \frac{Fd}{t} = \frac{2 \times 10^5 \times 15000}{60} \\ &= 5 \times 10^7 \text{ W} = 67051105 \times 10^3 \text{ hp} \end{aligned}$$

فیزیک
آکادمی
قرغانی
Ghaneghani
Physics
Academy



تویی به جرم 0.45 kg با تندی $v_1 = 8 \text{ m/s}$ از نقطه A می گذرد (شکل روبه رو). نیروی مقاومت هوا و نیروی اصطکاک در سطح تماس توپ با زمین، 20% درصد انرژی جنبشی اولیه توپ را تا رسیدن به نقطه B تلف می کنند. تندی توپ را در این نقطه به دست آورید.

$$E_1 = \frac{1}{2}mv_1^2 + 0$$

$$E_2 = \frac{1}{2}mv_2^2 + 0$$

$$E_1 = E_2 + \frac{20}{100}E_1$$

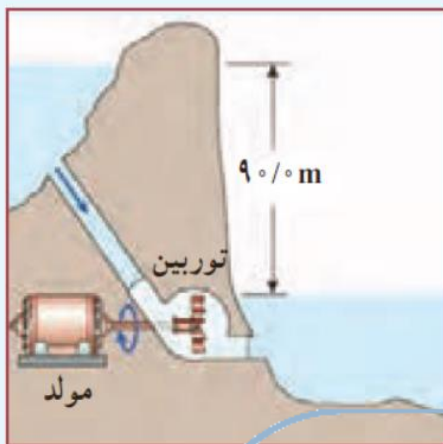
Ghaneghani Physics Academy

$$\frac{80}{100}E_1 = E_2$$

$$\frac{80}{100} \times \left(\frac{1}{2}mv_1^2\right) = \frac{1}{2}mv_2^2$$

$$\frac{80}{100} \times \frac{1}{2} \times 64 = \frac{1}{2}v_2^2$$

$$\Rightarrow v_2^2 = 51.2 \Rightarrow v_2 = 7.15 \text{ m/s}$$



آب ذخیره شده در پشت سد یک نیروگاه برق آبی، از مسیری مطابق شکل روی پره های توربینی می ریزد و آن را می چرخاند. با چرخش توربین، مولد می چرخد و انرژی الکتریکی تولید می شود (شکل روبه رو). اگر ۸۵ درصد کار نیروی گرانش به انرژی الکتریکی تبدیل شود، در هر ثانیه چند متر مکعب آب باید روی توربین بریزد تا توان الکتریکی خروجی مولد نیروگاه به 200 MW برسد؟ جرم هر متر مکعب آب را 1000 kg در نظر بگیرید.

$$P = \frac{W}{\Delta t} = \frac{0.85 \Delta U}{1} = 0.85 \times mgh = 200 \times 10^6$$

$$m = \frac{200 \times 10^6}{0.85 \times 10 \times 90} = 0.261 \times 10^6 \text{ kg}$$

$$V = \frac{m}{\rho} = \frac{0.261 \times 10^6}{1000} = 261 \text{ m}^3$$

آکادمی فیزیک
قرغانی
Ghaneghani
Physics
Academy

آکادمی فیزیک قرغانی

بخش دوم : تمرینات دوره ای

 @GhareghaniPhysics



حل ویدیویی
سوالات را در کانال
یوتیوب مشاهده
کنید.



۱ تقریباً بیشتر شهاب سنگ‌هایی که وارد جو زمین می‌شوند به دلیل اصطکاک زیاد با ذرات تشکیل دهنده جو، به دمای بالایی می‌رسند و می‌سوزند. شکل زیر شهاب سنگی به جرم $1/4 \times 10^5 \text{ kg}$ را نشان می‌دهد که با تندی $4/0 \text{ km/s}$ وارد جو زمین شده است. انرژی جنبشی این شهاب سنگ را به دست آورید. این انرژی را با انرژی جنبشی یک هواپیمای مسافربری به جرم $7/2 \times 10^4 \text{ kg}$ که با تندی 250 m/s در حرکت است مقایسه کنید.

شهاب سنگ :
$$\begin{cases} m = 1/4 \times 10^5 \text{ kg} , v = 4 \text{ km/s} = 4 \times 10^3 \text{ m/s} \\ K = \frac{1}{2} mv^2 = \frac{1}{2} \times 1/4 \times 10^5 \times (4 \times 10^3)^2 = 1/12 \times 10^{12} \text{ J} \end{cases}$$

هواپیما :
$$\begin{cases} m = 7/2 \times 10^4 \text{ kg} , v = 250 \text{ m/s} \\ K = \frac{1}{2} mv^2 = \frac{1}{2} \times 7/2 \times 10^4 \times (250)^2 = 2/25 \times 10^9 \text{ J} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{K_{\text{شهاب سنگ}}}{K_{\text{هواپیما}}} = \frac{1/12 \times 10^{12}}{2/25 \times 10^9} \approx 497$$

انرژی جنبشی شهاب سنگ حدود ۴۹۷ برابر انرژی جنبشی هواپیما است.

فیزیک
Ghaneghani
Physics
Academy

$$m = 1/4 \times 10^8 \text{ kg} , \quad v = 12 \text{ km/s} = 12000 \text{ m/s} = 1/2 \times 10^4 \text{ m/s}$$

$$K_{\text{شهاب سنگ}} = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} \times (1/4 \times 10^8) \times (1/2 \times 10^4)^2 = 1/008 \times 10^{16} \text{ J}$$

$$\frac{K_{\text{شهاب سنگ}}}{K_{\text{TNT یک تن}}} = \frac{1/008 \times 10^{16}}{4/2 \times 10^9} = 2/4 \times 10^6$$

در مقایسه با انرژی آزاد شده توسط هر تن TNT،

انرژی شهاب سنگ تقریباً معادل انرژی دو و نیم میلیون تن TNT است.

۲ حدود ۵۰۰۰۰۰ سال پیش شهاب سنگی در نزدیک آریزونا ای آمریکا به زمین برخورد کرده و چاله‌ای بزرگ از خود به جای گذاشته است (شکل زیر). با اندازه‌گیری‌های جدید (۲۰۰۵ میلادی) برآورد شده است که جرم این شهاب سنگ حدود $10^8 \text{ kg} \times 1/40$ بوده و با تندی 12 km/s به زمین برخورد کرده است.

انرژی جنبشی این شهاب سنگ هنگام برخورد به زمین چقدر بوده است؟

(خوب است بدانید انرژی آزاد شده توسط هر تن TNT تقریباً برابر $4/2 \times 10^9 \text{ J}$ است.)

فیزیک آکادمی قرغانی
Ghaneghani
Physics
Academy

۳ در شکل های (الف) و (ب) جرم اربابه ها یکسان است. برای اینکه تندی اربابه ها از صفر به مقدار معین v برسد، کار انجام شده در هر دو حالت را باهم مقایسه کنید.

$$W = \Delta K = K_2 - K_1 = \frac{1}{2}mv_2^2 - 0$$

$$\left. \begin{aligned} W_{\text{الف}} &= \frac{1}{2}mv^2 \\ W_{\text{ب}} &= \frac{1}{2}(2m)v^2 = mv^2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{W_{\text{ب}}}{W_{\text{الف}}} = \frac{mv^2}{\frac{1}{2}mv^2} = 2$$

کار انجام شده در حالت (ب) دو برابر کار انجام شده در حالت (الف) است.



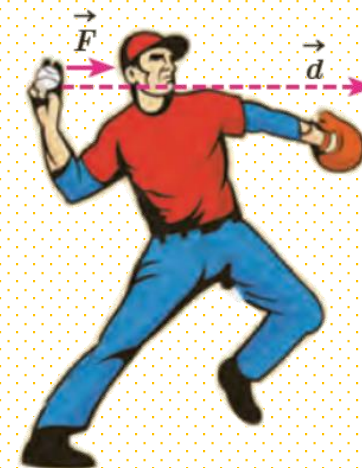
(الف)



(ب)

آکادمی فیزیک
Ghaneghani
Physics
Academy
قرغانی

۴ ورزشکاری سعی می کند توپ بیسبالی به جرم 150g را با بیشترین تندی ممکن پرتاب کند. به این منظور، ورزشکار نیرویی به بزرگی $F = 750\text{N}$ تا لحظه پرتاب توپ و در امتداد جابه جایی $(d = 1/5\text{m})$ بر آن وارد می کند (شکل زیر). با چشم پوشی از مقاومت هوا، تندی توپ هنگام جدا شدن از دست ورزشکار چقدر است؟



$$\left. \begin{aligned} W &= \Delta K = \frac{1}{2}mv^2 - 0 \\ W &= Fd \end{aligned} \right\}$$

$$\Rightarrow Fd = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow 750 \times 1/5 = \frac{1}{2} \times 0.15v^2 \Rightarrow v = 38.72\text{ m/s}$$

Ghaneghani
Physics
Academy
آکادمی فیزیک
قرغانی

۵ آیا کار کل انجام شده بر یک جسم در یک جابه‌جایی می‌تواند منفی باشد؟ توضیح دهید.

بله. کار کل انجام‌شده بر روی یک جسم برابر تغییرات انرژی جنبشی آن جسم است، پس اگر سرعت جسمی کاهش یابد تغییرات انرژی جنبشی آن منفی و در نتیجه کار کل انجام‌شده روی آن منفی است.

فیزیک

Physics

Academy

قرغانی

$$W = \Delta K = K_2 - K_1$$

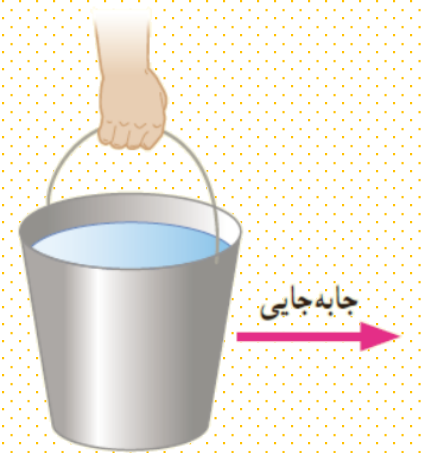
$$W = \frac{1}{2}mv^2 - 0$$

$$\Rightarrow \left. \begin{array}{l} W = \frac{1}{2}mv^2 - 0 \\ W' = \frac{1}{2}m(3v)^2 - 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{W'}{W} = \frac{\frac{1}{2}m(3v)^2}{\frac{1}{2}mv^2} = 9 \Rightarrow W' = 9W$$

بنابراین باید ۹ برابر بیشتر کار انجام شود.

۶ برای آنکه نیروی خالصی، بتواند تندی جسم را از صفر به v برساند باید مقدار کار W را روی آن انجام دهد. اگر قرار باشد تندی این جسم از صفر به $3v$ برسد کاری که روی جسم باید انجام شود چند برابر W است؟

۷ اگر مطابق شکل زیر سطلی را در دست نگه دارید، آیا نیروی دست شما هنگامی که با تندی ثابت در مسیر افقی قدم می‌زنید روی سطل کاری انجام می‌دهد؟ اگر تندی حرکت شما در طول مسیر کم و زیاد شود چگونه؟ پاسخ خود را در هر مورد توضیح دهید. از مقاومت هوا در مقابل حرکت سطل، چشم‌پوشی کنید.



در حالت اول وقتی سطل را با سرعت ثابت حرکت می‌دهیم، روی سطل کاری انجام نمی‌دهیم، زیرا ما برای غلبه بر نیروی وزن سطل، فقط نیرویی روبه‌بالا ("عمودی") بر سطل وارد می‌کنیم. درحالی که جهت حرکت در راستای "افقی" است؛ در نتیجه طبق رابطه $W = Fd \cos \theta$ بر روی سطل کاری انجام نمی‌شود. اما اگر تندی حرکت ما کم یا زیاد شود، در نتیجه تندی

حرکت سطل هم که در دست ما است کم یا زیاد می‌شود و این یعنی حرکت سطل دارای شتاب است لذا به معنی آن است که نیرویی در راستای حرکتش به سطل وارد می‌شود، پس در این حالت ما بر روی سطل کار انجام می‌دهیم.

فیزیک
آکادمی
قرغانی
Physics
Academy

۸ شخصی گلوله‌ای برفی به جرم 150g را از روی زمین برمی‌دارد و تا ارتفاع 180cm از سطح زمین بالا می‌برد و سپس در همان ارتفاع آن را با تندی 12m/s پرتاب می‌کند. کار انجام شده توسط شخص روی گلوله برف چقدر است؟

شخص در دو مرحله کار انجام داده است. مرحله اول بالا آوردن گلوله و مرحله دوم پرتاب گلوله. فرض می‌کنیم شخص با سرعت ثابت گلوله برف را بالا بیاورد.

زیرا در این صورت است که می‌توانیم کار انجام شده توسط وی را برابر نیروی وزن (mg) در نظر بگیریم در غیر این صورت نیروی او مورد نیاز است.

$$m = 150\text{g} = 0.15\text{kg} \quad h = 180\text{cm} = 1.8\text{m}$$

$$v = 12\text{m/s} = \text{سرعت گلوله برف در لحظه پرتاب}$$

$$v = 0 = \text{سرعت گلوله برف در لحظه متوقف شدن}$$

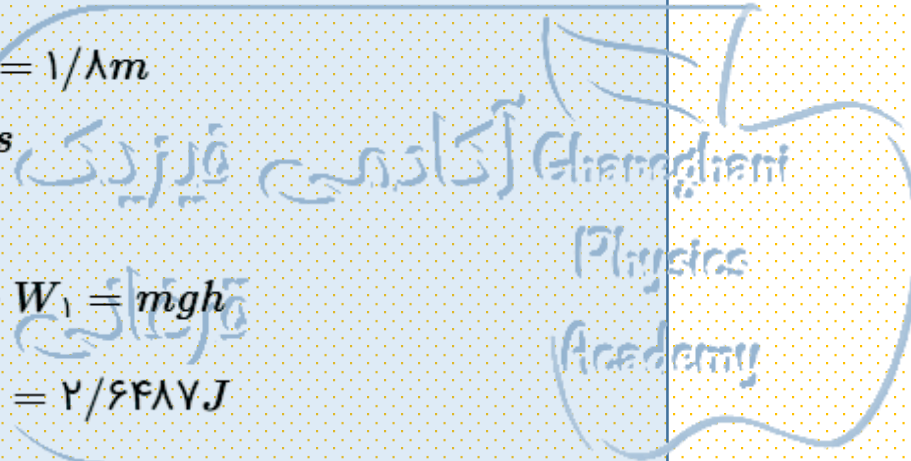
$$W_1 = Fd \cos \theta \xrightarrow{F=mg, d=h, \theta=0} W_1 = mgh$$

$$= 0.15 \times 9.81 \times 1.8 = 2.6487\text{J}$$

$$W_2 = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 = 0 - \frac{1}{2} \times 0.15 \times (12)^2$$

$$= -10.8\text{J} \Rightarrow |W_2| = 10.8\text{J}$$

$$W_t = W_1 + W_2 = 2.6487 + 10.8 = 13.4487\text{J}$$



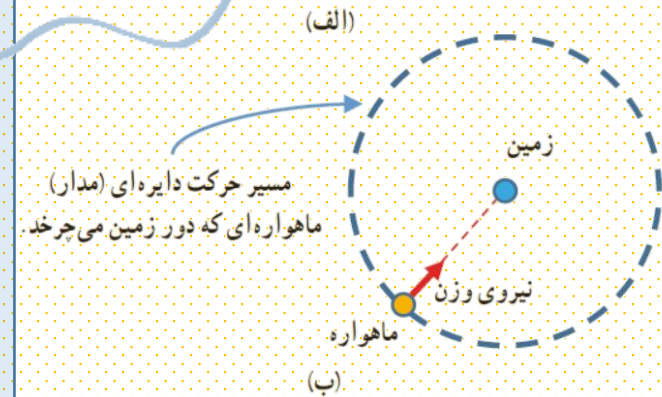
۹ ماهواره‌ها در مدارهای معین و با تنیدی ثابتی دور زمین می‌چرخند. حرکت یک ماهواره به دور زمین شکل (الف) را می‌توان مطابق شکل (ب) مدل‌سازی کرد. همان‌طور که دیده می‌شود نیروی خالصی (نیروی وزن) همواره بر ماهواره وارد می‌شود. چگونه امکان دارد با وجود وارد شدن این نیرو به ماهواره، انرژی جنبشی آن ثابت بماند؟

نیروی وزن ماهواره عمود بر جهت حرکت آن است به همین دلیل روی آن کاری انجام نمی‌دهد و نمی‌تواند انرژی جنبشی ماهواره را تغییر دهد.

آکادمی فیزیک
Ghaneghani
Physics
Academy
قرغانی



(الف)



۱۰ آیا انرژی جنبشی یک جسم می‌تواند منفی باشد؟ انرژی پتانسیل گرانشی یک سامانه چطور؟ توضیح دهید.

انرژی جنبشی یک جسم نمی‌تواند منفی باشد چرا که حاصل ضرب چند عدد مثبت و غیرمنفی است ($K = \frac{1}{2}mv^2$) (انرژی جنبشی جسم صفر هم می‌تواند باشد در صورتی که سرعت آن صفر باشد). اما انرژی پتانسیل گرانشی یک جسم می‌تواند مثبت، منفی و یا صفر باشد و این به انتخاب مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی بستگی دارد. کمیتی که در فیزیک اهمیت دارد تغییرات انرژی پتانسیل است و نه انرژی پتانسیل.

قرغانی

Physics
Academy

۱۱ دو شخص هم جرم A و B به طبقه سوم ساختمانی می‌روند. شخص A با آسان‌بَر (آسانسور) و شخص B به آرامی از پله‌های ساختمان بالا می‌روند. گزاره‌های درست را با ذکر دلیل مشخص کنید.

الف) در طبقه سوم، انرژی پتانسیل گرانشی (نسبت به زمین) شخص A از شخص B کمتر است، زیرا آرام‌تر بالا رفته است.

ب) در طبقه سوم، انرژی پتانسیل گرانشی (نسبت به زمین) شخص A کمتر از شخص B است، زیرا برای رسیدن به طبقه سوم ساختمان مسافت کمتری پیموده است.

پ) کار نیروی وزن برای هر دو شخص در طول مسیر یکسان است.
ت) انرژی پتانسیل گرانشی هر دو شخص در طبقه سوم ساختمان یکسان است.

نادرست است. انرژی پتانسیل گرانشی از رابطه mgh محاسبه می‌شود و به شیوه بالا رفتن بستگی ندارد.

نادرست است. در محاسبه انرژی پتانسیل گرانشی تنها فاصله عمودی طی شده مهم است که در این مثال برای هر دو یکی است.

درست است. کار نیروی وزن از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$W = Fd \cos \theta \Rightarrow W_{\text{وزن}} = -mgh$$

و از آنجاکه هر دو نفر هم‌جرم (طبق صورت سؤال) بوده و جابجایی عمودی (h) یکسانی را طی کرده‌اند پس کار نیروی وزن برای هر دو شخص یکسان است.

درست است. چون هر دو در یک ارتفاع قرار دارند، انرژی پتانسیل گرانشی آنها نسبت به هر مبدأ پتانسیل، یکسان است.

$$v_2 = 70 \text{ m/s}$$

$$W_t = \Delta K = K_2 - K_1 = \frac{1}{2} m v_2^2 - 0$$

$$\Rightarrow W_t = \frac{1}{2} \times (7/2 \times 10^4) \times (70)^2 = 1/764 \times 10^8 \text{ J}$$

$$W_{mg} = -mgd = -(7/2 \times 10^4) \times 9/81 \times 560$$

$$= -3/955392 \times 10^8 \text{ J}$$

سه نیروی دیگر به آن وارد می‌شود. نیروی پیشران، نیروی بالابر و

مقاومت هوا. کار نیروی مقاومت هوا همواره منفی است و دو نیروی

دیگر وقتی هواپیما در حال حرکت و اوج گرفتن است مثبت است.

۱۲ شکل زیر هواپیمایی به جرم $7/2 \times 10^4 \text{ kg}$ را نشان می‌دهد که از

حال سکون شروع به حرکت می‌کند و پس از 2050 m جابه‌جایی

در امتداد باند هواپیما، به تندی برخاستن $v_2 = 70 \text{ m/s}$ می‌رسد.

الف) کار کل نیروهای وارد بر هواپیما را در این جابه‌جایی حساب کنید.

ب) یک دقیقه پس از برخاستن، هواپیما تا ارتفاع 560 m از سطح زمین

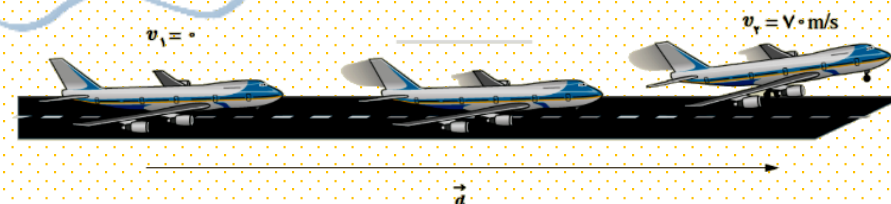
اوج می‌گیرد و تندی آن به 140 m/s می‌رسد. در این مدت،

کار نیروی وزن چقدر است؟

پ) به جز نیروی وزن، چه نیروهای دیگری بر هواپیما اثر می‌کند

(با این نیروها در علوم سال ششم آشنا شدید)؟ کار کدام یک از این

نیروها مثبت و کار کدام یک از آنها منفی است؟



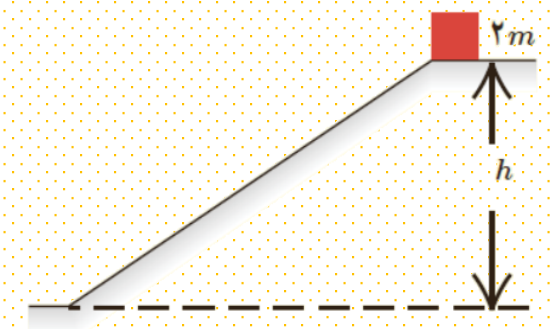
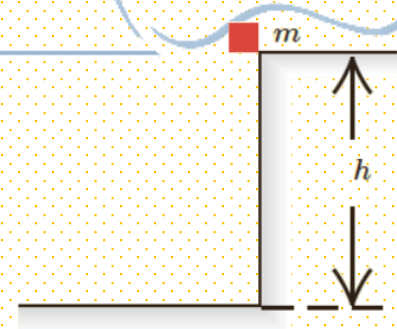
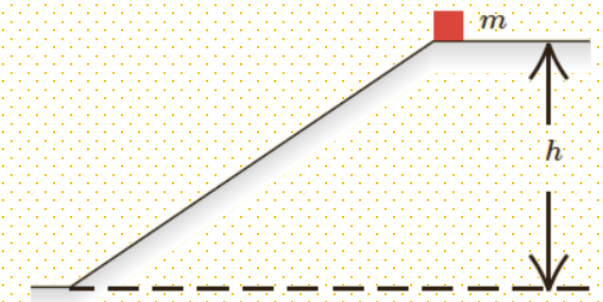
۱۳ در سه شکل زیر اجسامی از حالت سکون و ارتفاع h نسبت به

سطح افق رها می‌شوند و نیروی اصطکاک و مقاومت هوا بر آنها

وارد نمی‌شود. در کدام حالت، جسم:

الف) بیشترین تندی را هنگام رسیدن به سطح افقی دارد؟

ب) تا هنگام رسیدن به پایین مسیر، بیشترین مقدار کار نیروی وزن روی آن انجام شده است؟



با استفاده از اصل پایستگی انرژی مکانیکی برای هر سه حالت داریم:

$$E_1 = E_2 \Rightarrow \cancel{K_1} + U_1 = K_2 + \cancel{U_2}$$

$$\Rightarrow 0 + mgh = \frac{1}{2}mv^2 + 0 \Rightarrow v = \sqrt{2gh}$$

مشاهده می‌شود که تندی نهایی جسم وابسته به جرم آن نیست
در نتیجه تندی نهایی هر سه جسم باهم برابر است.

کار نیروی وزن از رابطه $W = -mgh$ بدست می‌آید، از آنجایی که هر سه جسم
از ارتفاع یکسان (h) به پایین سقوط می‌کنند، جسمی که بیشترین جرم را داشته باشد
بیشترین کار نیروی وزن روی آن انجام می‌شود،
در این مثال جسم با جرم $2m$ بیشترین کار نیروی وزن روی جسم انجام می‌شود.



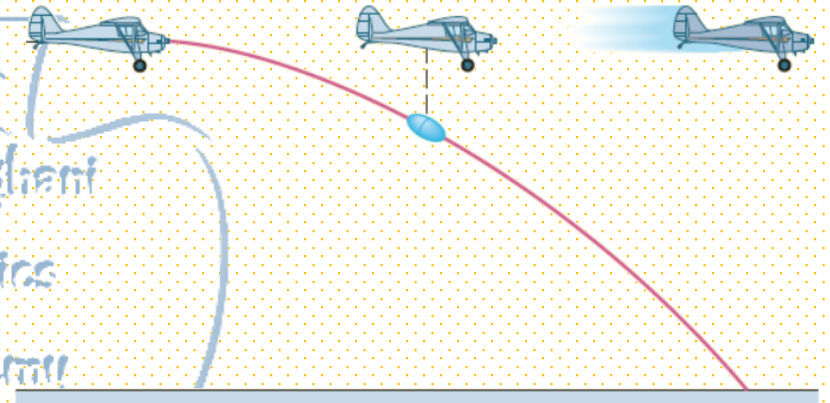
اصل پایستگی انرژی مکانیکی:

$$h_1 = 300\text{m} , v_1 = 50\text{m/s}$$

$$E_1 = E_2 \Rightarrow K_1 + U_1 = K_2 + U_2 \Rightarrow \frac{1}{2}mv_1^2 + mgh_1 = \frac{1}{2}mv_2^2 + 0$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \times (50)^2 + 9/8 \times 300 = \frac{1}{2}v_2^2 \Rightarrow v_2 = 91/5\text{m/s}$$

۱۴ در شکل زیر هواپیمایی که در ارتفاع 300m از سطح زمین و با تندی 50m/s پرواز می کند، بسته ای را برای کمک به آسیب دیدگان زلزله رها می کند. تندی بسته هنگام برخورد به زمین چقدر است؟ از تأثیر مقاومت هوا روی حرکت بسته چشم پوشی کنید.



Ghaneghani
Physics
Academy
آکادمی فیزیک
قرغانی

اصل پایستگی انرژی مکانیکی:

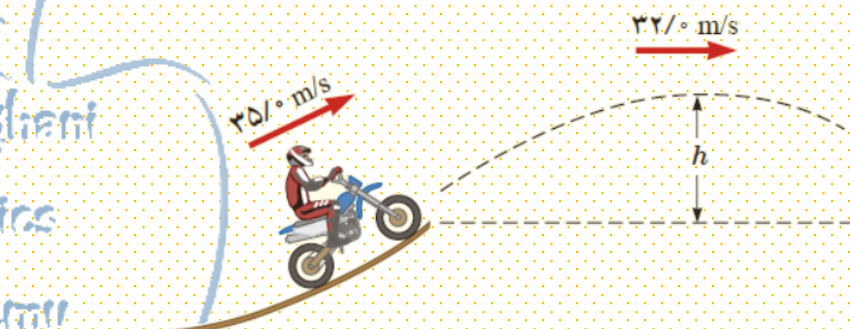
$$E_1 = E_2 \Rightarrow K_1 + U_1 = K_2 + U_2$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}mv_1^2 = \frac{1}{2}mv_2^2 + mgh$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \times (35)^2 = \frac{1}{2} \times (32)^2 + 9/81h \Rightarrow h = 10/2 m$$

۱۵ موتورسواری از انتهای سکویی مطابق شکل زیر، پرشی را با تندی $35/0 \text{ m/s}$ انجام می دهد. اگر تندی موتورسوار در بالاترین نقطه مسیرش به $32/0 \text{ m/s}$ برسد، ارتفاع h را پیدا کنید. اصطکاک و مقاومت هوا را در طول مسیر حرکت موتورسوار نادیده بگیرید.

آکادمی فیزیک
Ghaneghani
Physics
Academy
قرغانی



$$E_1 = E_2 \Rightarrow K_1 + U_1 = K_2 + U_2$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}mv_1^2 + mgh = \frac{1}{2}mv_2^2 + 0 \Rightarrow v_2 = \sqrt{v_1^2 + 2gh}$$

باتوجه به رابطه بالا، تندی نهایی توپ تنها به سرعت اولیه و ارتفاع اولیه از سطح زمین بستگی دارد.

در نتیجه در این مثال که جرم و سرعت اولیه توپها باهم یکسان است، انرژی

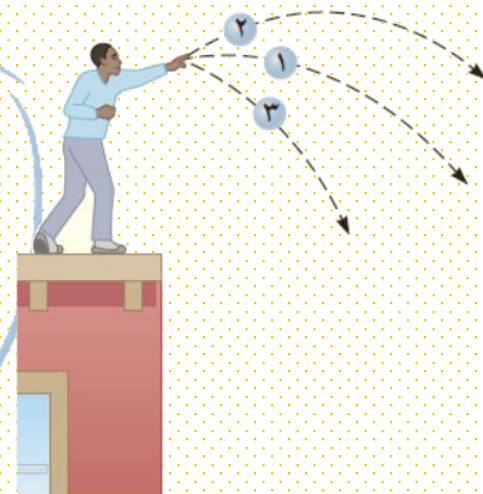
جنبشی نهایی آنها برابر است.

آکادمی فیزیک

قرغانی

Physics
Academy

۱۶ سه توپ مشابه، از بالای ساختمانی با تندی یکسانی پرتاب می‌شوند (شکل زیر). توپ (۱) در امتداد افق، توپ (۲) با زاویه‌ای بالاتر از امتداد افق و توپ (۳) با زاویه‌ای پایین‌تر از امتداد افق پرتاب می‌شود. با نادیده گرفتن مقاومت هوا، انرژی جنبشی توپها را هنگام برخورد با سطح زمین، با یکدیگر مقایسه کنید.



$$m = 50 \text{ g} = 0.05 \text{ kg}$$

$$v_1 = 1/5 \text{ km/s} = 1500 \text{ m/s}$$

$$v_2 = 0.45 \text{ km/s} = 450 \text{ m/s}$$

$$E_1 = K_1 + U_1 = \frac{1}{2}mv_1^2 + mgh_1$$

$$= \left(\frac{1}{2} \times 0.05 \times (1500)^2\right) + (0.05 \times 9.8 \times 1/6) = 56250.784 \text{ J}$$

$$E_2 = K_2 + U_2 = \frac{1}{2}mv_2^2 + 0$$

$$= \frac{1}{2} \times 0.05 \times (450)^2 = 5062.5 \text{ J}$$

$$W_f = E_2 - E_1 = -51187.284 \text{ J} = 51.187284 \times 10^3 \text{ J}$$

$$W_{\text{وزن}} = -mgh = 0.05 \times 9.8 \times 1/6 = 7.84 \times 10^{-1} \text{ J}$$

اندازه کار نیروی وزن بسیار کوچکتر از کار نیروی اصطکاک است و

می‌توان از آن چشم‌پوشی کرد.

۱۷. گلوله‌ای به جرم 50 g از دهانه تفنگی با تندی $1/5 \text{ km/s}$ و ارتفاع $1/6 \text{ m}$ از سطح زمین شلیک می‌شود. اگر گلوله با تندی 0.45 km/s به زمین برخورد کند،

الف) در مدت حرکت گلوله کار نیروی مقاومت هوا چقدر است؟

ب) مقدار به دست آمده در قسمت الف) را با کار نیروی وزن مقایسه کنید. از این مقایسه چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟

Ghaneghani
Physics
Academy
آکادمی فیزیک
قرغانی

$$E_A = E_B \Rightarrow K_A + U_A = K_B + U_B$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}mv_A^2 + mgh_A = \frac{1}{2}mv_B^2 + mgh_B$$

$$\Rightarrow 0 + (9/11 \times 5) = \frac{1}{2}v_B^2 + (9/11 \times 3/2) \Rightarrow v_B = 5/94 \text{ m/s}$$

کار نیروی گرانشی از رابطه $W = -mgh$ بدست می‌آید.

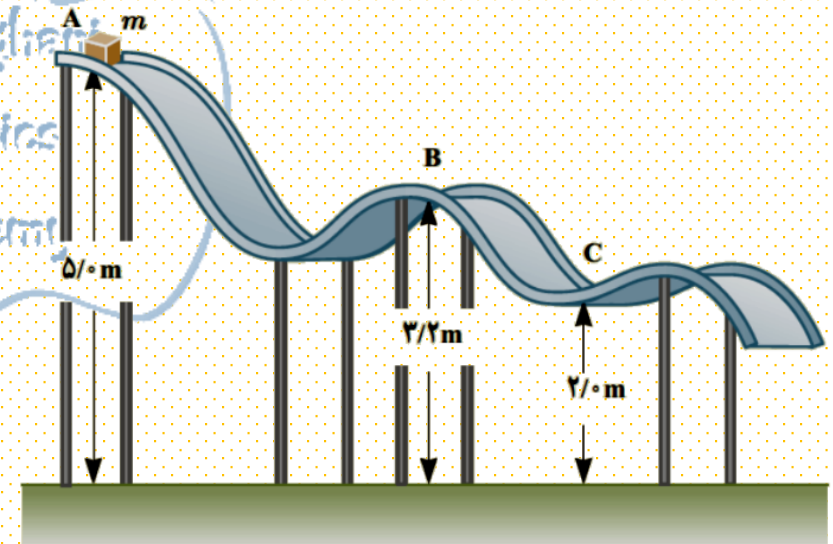
$$h = d_2 - d_1 = 2 - 5 = -3 \text{ m}$$

$$W = -12 \times 9/11 \times (-3) = 353/16 \text{ J}$$

۱۸ جسمی به جرم $m = 12 \text{ kg}$ در نقطه A از حالت سکون رها می‌شود و در مسیری بدون اصطکاک سُرمی خورد (شکل زیر).
 تعیین کنید:

الف) تندی جسم را در نقطه B

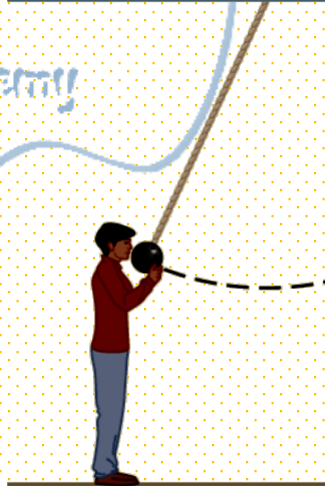
ب) کار نیروی گرانشی را در حرکت جسم از نقطه A تا نقطه C.



۱۹ شکل زیر گلوله‌ای را نشان می‌دهد که از سقف کلاسی آویزان شده و دانش‌آموزی آن را از وضعیت تعادل خارج کرده و در برابر نوک بینی خود گرفته است.

الف) وقتی دانش‌آموز گلوله را رها می‌کند هنگام برگشت به او برخورد نمی‌کند. چرا؟ (این تجربه ساده ولی هیجان‌انگیز را در صورت امکان در کلاستان انجام دهید.)

ب) اگر دانش‌آموز هنگام رها کردن گلوله، آن را هل دهد، هنگام برگشت آن، چه اتفاقی می‌افتد؟



وقتی گلوله را بدون سرعت اولیه رها می‌کنیم، گلوله یک رفت و برگشت انجام داده و نهایتاً به همان ارتفاع باز می‌گردد و اگر مقاومت هوا را در نظر بگیریم به دلیل کاهش انرژی تا ارتفاع کمتری بالا خواهد آمد و با دانش‌آموز برخورد نمی‌کند.

وقتی توپ هل داده شود در این حالت علاوه بر انرژی پتانسیل گرانشی خود، انرژی جنبشی نیز خواهد داشت و وقتی به انتهای مسیر برسد و متوقف می‌شود و طبق قانون پایستگی انرژی مکانیکی، تمام انرژی اولیه گلوله به انرژی پتانسیل گرانشی تبدیل می‌شود و لذا گلوله در ارتفاع بالاتری نسبت به ارتفاع اولیه اش متوقف می‌شود $(h_2 > h_1)$:

$$E_1 = E_2 \Rightarrow K_1 + U_1 = K_2 + U_2 \Rightarrow \frac{1}{2}mv_1^2 + mgh_1 = 0 + mgh_2$$

$$\Rightarrow h_2 = \frac{1}{2}v_1^2 + gh_1 \Rightarrow h_2 > h_1$$

و در ادامه موقع برگشت گلوله در این ارتفاع جدید (h_2) متوقف می‌شود، لذا چنانچه دانش‌آموز در همان مکان باشد گلوله با او برخورد خواهد کرد.

$$M = m_1 + m_2 = 650 + 320 = 970 \text{ kg}$$

$$\bar{P} = \frac{W}{t} = \frac{mgd}{t} = \frac{970 \times 9.81 \times 75}{180} = 3.964 \times 10^3 \text{ W}$$

$$\bar{P} = 3.964 \times 10^3 \text{ W} \times \frac{746 \text{ hp}}{1 \text{ W}} = 2.957 \times 10^6 \text{ hp}$$

۲۰. بالابری با تندی ثابت، باری به جرم 650 kg را در مدت $3/0$ دقیقه تا ارتفاع 75 m بالامی برد. اگر جرم بالابر 320 kg باشد، توان متوسط مفید موتور آن چند وات و چند اسب بخار است؟

آکادمی فیزیک
Ghaneghani
Physics
Academy
قرغانی

$$d = 50 \times 30 = 1500 \text{ cm} = 15 \text{ m}$$

$$\bar{P} = \frac{W}{t} = \frac{mgd}{t} = \frac{72 \times 9.81 \times 15}{90} = 117.72 \text{ W}$$

۲۱ شخصی به جرم 72 kg ، در مدت زمان 90 s از تعداد 50 پله بالا می‌رود. توان متوسط مفید او چند وات است؟ ارتفاع هر پله را 30 cm فرض کنید.

آکادمی فیزیک
Ghaneghani
Physics
Academy
قرغانی

$$h_1 = 2/05 \times 10^3 m$$

$$h_2 = 2/7 \times 10^3 m$$

$$\Delta h = 6/50 \times 10^2 m$$

$$W = \Delta U = mg\Delta h$$

$$= (8/6 \times 10^2) \times (9/81) \times (6/5 \times 10^2) = 5/48 \times 10^6 J$$

$$W = \frac{\Delta U}{\eta} = \frac{5/48 \times 10^6}{0.2} = 2/74 \times 10^6$$

$$\text{توان مفید} = \frac{28}{100} \times \frac{2/74 \times 10^6}{1} = 9/78 \times 10^6 W$$
$$= 9/78 MW = 1/31 \times 10^4 hp$$

۲۲ سالانه نزدیک به ۱۲۵ میلیارد لیتر مواد و فراورده‌های نفتی از طریق حدود ۱۴۰۰۰ km خطوط لوله در نقاط مختلف کشور توزیع می‌شود. این خطوط در طول مسیر خود از مراکز انتقال متعددی می‌گذرند تا توان لازم را برای ادامهٔ راه به دست آورند. شکل زیر یکی از این مراکز را نشان می‌دهد که در ارتفاع ۲۰۵۰ m از سطح دریای آزاد قرار دارد. در این مرکز، در هر ثانیه $1/00 m^3$ مواد نفتی از طریق لوله‌ای با قطر ۳۲/۰ اینچ (۸۱/۲ cm) توسط دو دستگاه پمپ (تلمبه) تا ارتفاع ۲۷۰۰ m از سطح دریای آزاد فرستاده می‌شود. اگر بازده هر یک از پمپ‌های این مرکز حدود ۲۸ درصد باشد، توان ورودی هر یک از آنها بر حسب مگاوات (MW) و اسب بخار (hp) چقدر است؟ (چگالی مواد نفتی را $860 kg/m^3$ بگیرید.)

آکادمی فیزیک
قرغانی
Ghaneghani
Physics
Academy

آکادمی فیزیک قرغانی

شیوه ای متفاوت در آموزش

 @GhareghaniPhysics



حل ویدیویی
سوالات را در کانال
یوتیوب مشاهده
کنید.

